

Examenul național de bacalaureat 2024

Proba E. c)

Matematică $M_{\text{șt_nat}}$

Simulare județeană 14.05.2024

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore

SUBIECTUL I

(30 puncte)

- 5p 1. Arătați că $(\log_2 18 - \log_2 6) \cdot \log_3 2 = 1$.
- 5p 2. Determinați mulțimea valorilor reale ale lui a pentru care soluțiile ecuației $x^2 - ax + a = 0$ verifică relația $x_1 + x_2 + x_1 x_2 = 4$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{2x+7} = x+2$.
- 5p 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr de trei cifre distincte, acesta să aibă toate cifrele pare.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-1,1), B(-3,0), C(0,-1)$. Determinați coordonatele ortocentrului triunghiului ABC .
- 5p 6. Se consideră triunghiul ABC cu $AB = 4$, $BC = 10$ și $B = \frac{\pi}{3}$. Calculați perimetrul triunghiului AMC , unde M este mijlocul laturii BC .

SUBIECTUL al II-lea

(30 puncte)

- 1) Se consideră matricea $A(m,n) \in M_2(\mathbb{R})$, $A(m,n) = \begin{pmatrix} m & n \\ m-1 & n+1 \end{pmatrix}$.
- 5p a) Arătați că $\det A(1+\sqrt{2}, 3-\sqrt{2}) \in \mathbb{N}$.
- 5p b) Demonstrați că, dacă $m \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ și $n \in \mathbb{Q}$, atunci matricea $A(m,n)$ este inversabilă.
- 5p c) Determinați matricea $A(x,y) \in M_2(\mathbb{R})$ pentru care are loc relația $A(\sqrt{2}-2, 3-\sqrt{2}) \cdot A(x,y) = A(1,0)$.
- 2) Se consideră polinomul $f = X^3 - 2X^2 - X + m \in \mathbb{R}[X]$.
- 5p a) Pentru $m=2$ arătați că $f = (X-1)(X^2 - X - 2)$.
- 5p b) Știind că f se divide cu polinomul $X+1$, calculați restul împărțirii polinomului f la polinomul X^2+1 .
- 5p c) Determinați numărul real m pentru care $(1-x_1)(1-x_2)(1-x_3) = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2$, unde x_1, x_2, x_3 sunt rădăcinile polinomului f .

SUBIECTUL al III-lea

(30 puncte)

- 1) Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = e^{3x}(2x-1)$.
- 5p a) Arătați că $f'(x) = e^{3x}(6x-1)$, $x \in \mathbb{R}$.

- 5p** b) Determinați ecuația asimptotei spre $-\infty$ la graficul funcției f .
- 5p** c) Arătați că $3e^{3x-\frac{1}{2}} \leq \frac{2}{1-2x}$, pentru orice $x \in \left(-\infty, \frac{1}{2}\right)$.
- 2) Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x + \sin x$.
- 5p** a) Arătați că $\int_1^e \frac{1}{f(x) - \sin x} dx = 1$.
- 5p** b) Determinați numărul real a pentru care $\int_0^{\pi} (1 + \cos x)(f(x) - 1) dx = \frac{a(\pi - 2)}{2}$.
- c) Calculați volumul corpului determinat prin rotirea în jurul axei Ox a graficului funcției
- 5p** $g: \left[0, \frac{\pi}{2}\right] \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = f(x)$.