

Examenul național de bacalaureat 2024

Proba E. c)

Matematică *M_mate-info*

Simulare județeană 14.05.2024

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 puncte)

- 5p 1) Arătați că $\frac{\lg 50}{3 \lg \sqrt[3]{5} + 1} = 1$.
- 5p 2) Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = mx^2 - x + 3$. Determinați valoarea numărului real nenul m știind că vârful parabolei asociată graficului funcției f se află pe dreapta de ecuație $x + 2y - 6 = 0$.
- 5p 3) Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{x - 6\sqrt{x+1}} + 10 = 1$.
- 5p 4) Calculați probabilitatea ca, alegând un număr de două cifre acesta să fie divizibil cu 6, dar să nu fie divizibil cu 4.
- 5p 5) În reperul cartezian xOy se consideră punctul $A(1, -2)$. Determinați ecuația dreptei care conține simetricul punctului A față de origine și este perpendiculară pe dreapta OA .
- 5p 6) Se consideră triunghiul ABC cu $AB = \sqrt{3}, AC = \sqrt{2}, BC = 3$. Calculați $\sin A$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 puncte)

- 1) Se consideră matricele $A(x) = \begin{pmatrix} 1-x & x & 0 \\ x & 1-x & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \in M_3(\mathbb{R})$.
- 5p a) Calculați $\det(A(0))$.
- 5p b) Arătați că $A(x)A(y) = A\left(-2\left(x - \frac{1}{2}\right)\left(y - \frac{1}{2}\right) + \frac{1}{2}\right)$, pentru orice numere reale x, y .
- 5p c) Determinați numerele întregi m pentru care inversa matricei $A(m)$ are elementele numere întregi.
- 2) Se consideră polinomul $f = (12X^2 + X - 1)^{2024} \in \mathbb{R}[X]$.
- 5p a) Calculați $f(0) + f\left(-\frac{1}{3}\right)$.
- 5p b) Demonstrați că polinomul f se divide cu $(4X - 1)^{1012}$.
- 5p c) Determinați restul împărțirii polinomului f la $(4X^2 - X)$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 puncte)

1) Se consideră funcția $f : (1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{x-1}{x} \ln \frac{x-1}{x}$.

5p a) Arătați că $f'(x) = \frac{\ln(x-1) - \ln x + 1}{x^2}$, pentru orice $x \in (1, +\infty)$.

5p b) Determinați ecuația asimptotei spre $+\infty$ la graficul funcției f .

5p c) Arătați că ecuația $f(x) = m$ nu are soluții reale pentru niciun număr întreg m .

2) Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{1}{x^2 + x + 1}$.

5p a) Folosind eventual faptul că $x^2 + x + 1 \geq 7$ pentru orice $x \in [2, \infty)$, arătați că $\int_2^9 f(x) dx \leq 1$

5p b) Demonstrați că dacă F este o primitivă a funcției f atunci $F(e) < F(3)$.

5p c) Arătați că $\int_0^1 xf(x) dx = \frac{1}{2} \ln 3 - \frac{1}{18} \pi \sqrt{3}$.