

Simulare județeană - Examenul național de bacalaureat, aprilie 2024

Proba E.c)

Matematică *M_pedagogic*

Barem de evaluare și de notare

Varianta 1

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

• Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.

• Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat de barem.

• Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 puncte)

5p	1. $a, 2022, 2024$ sunt în progresie aritmetică $\Leftrightarrow 2 \cdot 2022 = a + 2024$ Calcul și finalizare $a = 2020$	3p 2p
5p	2. Vârful $V\left(-\frac{b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a}\right)$; $x_v = 2 \Rightarrow -\frac{m}{2} = 2 \Rightarrow m = -4$; $y_v = 3 \Rightarrow f(2) = 3 \Rightarrow n = 7$ $f(x) = x^2 - 4x + 7$; $f(-3) = 28$	3p 2p
5p	3. $\log_2(3x^2 - x - 2) = \log_2 2^3 \Rightarrow 3x^2 - x - 10 = 0$ $x = 2$ convine, $x = -\frac{5}{3}$ convine	2p 3p
5p	4. Cazuri posibile $\overline{ab} \in \{10, 11, \dots, 99\}$. Număr cazuri posibile 90. Cazuri favorabile $\overline{ab} \in \{10, 15, 30, 35, 50, 55, 70, 75, 90, 95\}$. Număr cazuri favorabile 10. $P = \frac{1}{9}$	2p 3p
5p	5. M mijlocul lui BC , $M\left(\frac{-2+6}{2}, \frac{5-3}{2}\right) \Rightarrow M(2, 1)$ Ecuația medianei $\frac{y - y_M}{y_A - y_M} = \frac{x - x_M}{x_A - x_M} \Leftrightarrow \frac{y - 1}{4} = \frac{x - 2}{1} \Leftrightarrow y = 4x - 7$	2p 3p
5p	6. $\sin(2\pi + x) = \sin x$; $\cos(x - 2\pi) = \cos(-(2\pi - x)) = \cos(2\pi - x) = \cos x$ Ecuația $\sin x \cdot \sin(2\pi + x) = \cos x \cdot \cos(x - 2\pi)$ devine $\sin x \cdot \sin x = \cos x \cdot \cos x \Rightarrow \sin^2 x = \cos^2 x \Rightarrow \operatorname{tg}^2 x = 1 \Rightarrow x = \frac{\pi}{4} \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$	2p 3p

SUBIECTUL al II-lea

(30 puncte)

5p	1. $1 * 3 = 1 \Leftrightarrow a + b = 4$; $3 * 1 = 1 \Rightarrow 3a + b = 0$ Calcul și finalizare $a = -2$ și $b = 6$	2p 3p
5p	2. Pentru $a = -2$ și $b = 6$; $x * y = xy - 2x - 2y + 6 = (x - 2)(y - 2) + 2, \forall x, y \in \mathbf{R}$ $(x * x) * x = 3 \Rightarrow [(x - 2)^2 + 2] * 2 = 3 \Rightarrow (x - 2)^3 + 2 = 3$ $(x - 2)^3 = 1$; $(x - 3)(x^2 - 3x + 3) = 0 \Rightarrow x = 3$ convine	3p 2p
5p	3. Pentru $a = -2$ și $b = 6$; $x * y = xy - 2x - 2y + 6 = (x - 2)(y - 2) + 2, \forall x, y \in \mathbf{R}$ $x * n = n \Rightarrow (x - n)(n - 2) + 2 = n$ $(n - 2)(x - 2 - 1) = 0 \Rightarrow n = 2 \in \mathbf{N}$	3p 2p
5p	4. $x = \frac{1}{2} \in \mathbf{Q}$ și $y = \frac{2}{3} \in \mathbf{Q} \Rightarrow \frac{1}{2} * \frac{2}{3} = \left(\frac{1}{2} - 2\right)\left(\frac{2}{3} - 2\right) + 2$ $\frac{1}{2} * \frac{2}{3} = 4 \in \mathbf{Z}$	3p 2p

5p	<p>5. $x * y = (x-2)(y-2) + 2, \forall x, y \in \mathbf{R}$. Verifică că $x * 2 = 2 * x = 2$</p> <p>$A = \lg 2 * \lg 3 * \lg 4 * \dots * \lg 99 * \lg 100 * \lg 101 * \dots * \lg 2024$</p> <p>Fie $x = \lg 2 * \lg 3 * \lg 4 * \dots * \lg 99$ și $y = \lg 101 * \dots * \lg 2024$, știind că legea $*$ este Asociativă și comutativitatea evidentă $A = x * 2 * y = 2 * y = y * 2 = 2$</p>	2p
		3p
5p	<p>6. $f(x) * f(x) \geq 3 \Rightarrow \frac{1}{x} * \frac{1}{x} \geq 3 \Rightarrow \left(\frac{1}{x} - 2\right)^2 \geq 1$</p> <p>$(1-x) \cdot (1-3x) \geq 0 \Rightarrow x \in (-\infty, 0) \cup \left(0, \frac{1}{3}\right] \cup [1, +\infty)$</p>	2p
		3p

SUBIECTUL al III-lea

(30 puncte)

5p	<p>1. $A(-1) = \begin{pmatrix} -3 & -8 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$</p> <p>Calculul $\det(A(-1)) = \begin{vmatrix} -3 & -8 \\ 2 & 5 \end{vmatrix} = 1$</p>	2p
		3p
5p	<p>2. $A(1) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = I_2$; $A(2) = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$</p> <p>$A(1) \cdot A(2) = A(2) \cdot A(1) \Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, adevărat</p>	2p
		3p
5p	<p>3. $A(x) = \begin{pmatrix} 2x-1 & 4x-4 \\ 1-x & 3-2x \end{pmatrix}$; $A(y) = \begin{pmatrix} 2y-1 & 4y-4 \\ 1-y & 3-2y \end{pmatrix}$; $x, y \in \mathbf{R}$</p> <p>$A(x) \cdot A(y) = \begin{pmatrix} 2x-1 & 4x-4 \\ 1-x & 3-2x \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2y-1 & 4y-4 \\ 1-y & 3-2y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2(x+y-1)-1 & 4(x+y-1)-4 \\ 1-(x+y-1) & 3-2(x+y-1) \end{pmatrix}$</p> <p>Calcul direct $A(x) \cdot A(y) = A(x+y-1), \forall x, y \in \mathbf{R}$.</p>	2p
		3p
5p	<p>4. $A(2) \cdot A(2^2) \cdot A(2^3) = A(2+2^2+2^3-1-1)$</p> <p>$A(64) \cdot A(-n) = A(64+(-n)-1) \Rightarrow 2^2 + 2^3 = 65 - n \Rightarrow n = 53 \in \mathbf{N}$</p>	2p
		3p
5p	<p>5. $A(1) + nA(-1) \Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + n \begin{pmatrix} -3n & -8n \\ 2n & 5n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1-3n & -8n \\ 2n & 1+5n \end{pmatrix}$</p> <p>$\det(A(1) + nA(-1)) = \begin{vmatrix} 1-3n & -8n \\ 2n & 1+5n \end{vmatrix} = (1-3n)(1+5n) + 16n^2 = (1+n)^2 \neq 0, \forall n \geq 0$,</p> <p>adevărat</p>	2p
		3p
5p	<p>6. $A(x) + A^t(x) = \begin{pmatrix} 4x-2 & 3x-3 \\ 3x-3 & 6-4x \end{pmatrix}$</p> <p>$\det(A(x) + A^t(x)) = -25x^2 + 50x - 21$. Ecuația devine</p> <p>$-25(x^2 - 2x + 1) = 0 \Leftrightarrow (x-1)^2 = 0 \Rightarrow x = 1, x \in \mathbf{R}$</p>	2p
		3p