

Examenul național de bacalaureat 2021

Proba E. c)

Matematică $M_{tehnologic}$

Simulare

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

I. FELADATSOR

(30 pont)

- 5p** 1. Igazold, hogy $(1+3i)^2 - 6i = -8$, ahol $i^2 = -1$.
- 5p** 2. Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x+1$ és a $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = 3x-7$ függvény. Határozd meg a két függvény grafikus képei metszéspontjának koordinátáit!
- 5p** 3. Oldd meg a valós számok halmazán a $\sqrt{3-x} = 2x$ egyenletet!
- 5p** 4. Igazold, hogy az $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ halmaz kételemű részhalmazainak száma egyenlő az A halmaz háromelemű részhalmazainak számával!
- 5p** 5. Az xOy derékszögű koordináta-rendszerben adottak az $A(1, 2)$, $B(-1, 0)$ és $C(0, a)$ pontok, ahol a valós szám. Határozd meg az a valós számot tudva, hogy a C pont rajta van az AB egyenesen!
- 5p** 6. Adott az $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ valós szám, amelyre $\cos x + \sin \frac{\pi}{6} = 1$. Számítsd ki $\sin x$ -et!

II. FELADATSOR

(30 pont)

1. Adottak az $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -2 & -6 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ és $M(x) = A + xB$ mátrixok, ahol x valós szám.
- 5p** a) Igazold, hogy $\det A = 0$.
- 5p** b) Igazold, hogy $M(x) \cdot M(1) = xM(1)$, bármely x valós szám esetén!
- 5p** c) Határozd meg az n természetes számot tudva, hogy $M(4) \cdot M(3) \cdot M(2) \cdot M(1) = nM(1)$.
2. A valós számok halmazán értelmezzük az $x * y = x + y + x^2 y^2$ műveletet.
- 5p** a) Igazold, hogy $1 * 2 = 7$.
- 5p** b) Igazold, hogy a $e = 0$ semleges elem a „ $*$ ” műveletre nézve!
- 5p** c) Határozd meg azokat az x egész számokat, amelyekre $(-2) * x \leq 3$.

III. FELADATSOR

(30 pont)

1. Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = e^x + x^4 - 2x + 2$ függvény.
- 5p** a) Igazold, hogy $f'(x) = e^x + 4x^3 - 2$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p** b) Határozd meg az f függvény grafikus képének $x = 0$ abszcisszájú pontjában, az f függvény grafikus képéhez tartozó érintő egyenletét!
- 5p** c) Igazold, hogy az f függvény konvex!
2. Adott az $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x - \frac{1}{x}$ függvény.
- 5p** a) Igazold, hogy $\int_1^3 \left(f(x) + \frac{1}{x} \right) dx = 4$.
- 5p** b) Igazold, hogy $\int_1^2 \left(f(x) + \frac{1}{x} \right) \ln x dx = 2 \ln 2 - \frac{3}{4}$.
- 5p** c) Határozd meg a legnagyobb nullától különböző n természetes számot, amelyre $\int_1^{\sqrt{2}} x^{n+1} f^n(x) dx \geq \frac{1}{2021}$.