

Examenul național de bacalaureat 2021
Proba E. c)

Matematică *M_tehnologic*

Testul 5

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

I. FELADATSOR

(30 punct)

- 5p** 1. Számítsa ki a $(b_n)_{n \geq 1}$ mértani haladvány ötödik tagját, ha $b_1 = 3$ és $b_2 = -6$.
- 5p** 2. Az x_1 és az x_2 a $2x^2 - 6x + 1 = 0$ egyenlet megoldásai. Igazolja, hogy $x_1 + x_2 - 6x_1x_2 = 0$.
- 5p** 3. Oldja meg a valós számok halmazán a $2 + \sqrt[3]{27x+8} = 1$ egyenletet!
- 5p** 4. Egy 15% -os drágítás után, egy termék ára 92 lej. Határozza meg a termék drágítás előtti árát!
- 5p** 5. Az xOy derékszögű koordináta-rendszerben adott az $A(-3,0)$ és a $B(9,a)$ pont, ahol az a egy valós szám. Határozza meg az a valós számokat, amelyekre az A és a B pont közötti távolság 13.
- 5p** 6. Az ABC háromszögben $AB = AC = 14$ és a B szög mértéke 75° . Számítsa ki az ABC háromszög területét!

II. FELADATSOR

(30 punct)

1. Adott az $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ és az $A(x) = \begin{pmatrix} x & x-2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ mátrix, ahol az x valós szám.
- 5p** a) Igazolja, hogy $\det(A(1)) = 3$.
- 5p** b) Határozza meg az x valós számot, amelyre $A(x) \cdot A(1) = 3(A(x) - I_2)$.
- 5p** c) Igazolja, hogy $\det(xA(x) - A(x^2)) \geq 0$, bármely x valós szám esetén!
2. A valós számok halmazán értelmezett az $x * y = 3xy - \frac{x+y}{3} + 1$ művelet.
- 5p** a) Igazolja, hogy $1 * 5 = 14$.
- 5p** b) Határozza meg az x valós számot, amelyre $3 * x = -52$.
- 5p** c) Határozza meg azokat az n természetes számokat, amelyekre $n * (0 * (3n)) \geq \frac{2n}{3}$.

III. FELADATSOR

(30 punct)

1. Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = -2x^3 - 6x^2 + 18x - 49$ függvény.
- 5p** a) Igazolja, hogy $f'(x) = -6(x-1)(x+3)$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p** b) Határozza meg az f függvény monotonitási intervallumait!
- 5p** c) Adott az $A(-2, f(-2))$ és a $B(0, f(0))$ pont. Igazolja, hogy az f függvény grafikus képéhez az A pontba húzott érintő iránytényezője egyenlő a B pontba húzott érintő iránytényezőjével!
2. Adott az $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x + \ln x - 2$ függvény.
- 5p** a) Igazolja, hogy $\int_1^3 (f(x) - \ln x) dx = 0$.
- 5p** b) Számítsa ki: $\int_1^e (f(x) - x + 2) dx$.
- 5p** c) Igazolja, hogy az f függvény bármely $F: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ primitív függvénye konvex!