

**Examenul național de bacalaureat 2021**  
**Proba E. c)**

**Matematică M\_șt-nat**

**Testul 3**

*Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

- 5p** 1. Igazolja, hogy  $\sqrt{10} - \sqrt{6}$ , 2 és  $\sqrt{10} + \sqrt{6}$  egy mértani haladvány egymás utáni tagjai!
- 5p** 2. Adott az  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{x^{2021}}{x^2 + 1}$  függvény. Igazolja, hogy az  $f$  függvény páratlan!
- 5p** 3. Oldja meg a valós számok halmazán a  $4^x - 3 \cdot 2^{x+1} = 16$  egyenletet!
- 5p** 4. Határozza meg a  $\{0, 2, 4, 6, 8\}$  halmaz kételemű részhalmazainak számát!
- 5p** 5. Az  $xOy$  derékszögű koordináta-rendszerben adottak az  $A(-1, -2)$ ,  $B(0, 3)$  și  $C(-2, 2)$  pontok. Határozza meg a  $C$  ponton áthaladó,  $AB$  egyenessel párhuzamos  $d$  egyenes egyenletét!
- 5p** 6.  $ABC$  háromszögben az  $A$  szög mértéke  $30^\circ$  és a  $B$  szög mértéke  $45^\circ$ . Igazolja, hogy  $AC = BC\sqrt{2}$ !

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

1. Adott az  $A(m) = \begin{pmatrix} 4 & 1 & m \\ 1 & 2 & -1 \\ -2 & -3 & 0 \end{pmatrix}$  mátrix és a  $\begin{cases} 4x + y + mz = 9 \\ x + 2y - z = 4 \\ -2x - 3y = -7 \end{cases}$  egyenletrendszer, ahol  $m$  valós szám.
- 5p** a) Igazolja, hogy  $\det(A(m)) = m - 10$ , bármely  $m$  valós szám esetén!
- 5p** b) Határozza meg az  $A(9)$  mátrix inverzét!
- 5p** c) Igazolja, hogy bármely  $m \neq 10$  valós szám esetén, ha  $(a, b, c)$  az egyenletrendszer megoldása, akkor  $\log_2 a = b + c$ !
2. A valós számok halmazán értelmezzük az  $x * y = 7(x - 3)(y - 3) + 3$  asszociatív műveletet.
- 5p** a) Igazolja, hogy  $x * 3 = 3$ , bármely  $x$  valós szám esetén!
- 5p** b) Határozza meg azt az  $x$  valós számot, amelyre  $x * x * x = -46$ !
- 5p** c) Adott az  $f: \mathbb{Q} \rightarrow \mathbb{Q}$ ,  $f(x) = \frac{5^x}{7} + 3$  függvény. Igazolja, hogy  $f(x) * f(y) = f(x + y)$ , bármely  $x$  és  $y$  valós számok esetén!

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

1. Adott az  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 2x + 2}}$  függvény.
- 5p** a) Igazolja, hogy  $f'(x) = \frac{x + 2}{(x^2 + 2x + 2)\sqrt{x^2 + 2x + 2}}$ ,  $x \in \mathbb{R}$ !
- 5p** b) Határozza meg az  $f$  függvény grafikus képe vízszintes aszimptótájának egyenletét  $+\infty$  felé!
- 5p** c) Határozza meg az  $f$  függvény képét!
2. Adott az  $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{2x^3 - x - 2}{x^2(x + 2)}$  függvény.
- 5p** a) Igazolja, hogy az  $F: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $F(x) = 2x + \frac{1}{x} - 4 \ln(x + 2)$  függvény az  $f$  egy primitív függvénye!

**5p** b) Számítsa ki  $\int_1^2 (x+2)f(x) dx$  értékét!

**5p** c) Határozza meg az  $m > 2$  valós számot, amelyre  $\int_2^m f(x) dx = 2m + \frac{1}{m} - \frac{17}{2}$  !