

**Examenul național de bacalaureat 2021**

**Proba E. c)**

**Matematică M\_tehnologic**

**BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE**

**Testul 4**

*Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale*

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

<b>1.</b>	$2 \cdot 8,5 + 10,5 : 3,5 = 17 + 105 : 35 =$ $= 17 + 3 = 20$	<b>2p</b> <b>3p</b>
<b>2.</b>	$f(2) = -2 \Rightarrow -6 + a + 1 = -2$ $a = 3$	<b>3p</b> <b>2p</b>
<b>3.</b>	$10^{6-2x} = 10^4 \Leftrightarrow 6 - 2x = 4$ $x = 1$	<b>3p</b> <b>2p</b>
<b>4.</b>	Mulțimea $M = \{10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90\}$ are 9 elemente, deci sunt 9 cazuri posibile Numerele $n \in M$ pentru care numărul $\sqrt{10n}$ este rațional sunt 10, 40 și 90, deci sunt 3 cazuri favorabile $p = \frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$	<b>2p</b> <b>2p</b> <b>1p</b>
<b>5.</b>	$m_{OA} = -2, m_{AB} = \frac{a-2}{4}$ $m_{OA} \cdot m_{AB} = -1 \Leftrightarrow -2 \cdot \frac{a-2}{4} = -1$ , de unde obținem $a = 4$	<b>2p</b> <b>3p</b>
<b>6.</b>	$\frac{AB}{\sin C} = \frac{BC}{\sin A} \Leftrightarrow \frac{12}{\frac{1}{2}} = \frac{8}{\sin A}$ $\sin A = \frac{8 \cdot \frac{1}{2}}{12} = \frac{1}{3}$	<b>3p</b> <b>2p</b>

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

<b>1.a)</b>	$\det B = \begin{vmatrix} 1 & 6 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 1 \cdot 2 - 1 \cdot 6 =$ $= 2 - 6 = -4$	<b>3p</b> <b>2p</b>
<b>b)</b>	$A \cdot A = \begin{pmatrix} 16 & 15 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, B \cdot B = \begin{pmatrix} 7 & 18 \\ 3 & 10 \end{pmatrix}, A \cdot A - B \cdot B = \begin{pmatrix} 9 & -3 \\ -3 & -9 \end{pmatrix} =$ $= -3 \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} = -3(A + B)$ , deci $a = -3$	<b>3p</b> <b>2p</b>
<b>c)</b>	$C(x) = \begin{pmatrix} -4x+2 & -5x+12 \\ 2 & x+4 \end{pmatrix} \Rightarrow \det(C(x)) = -4x^2 - 4x - 16$ , pentru orice număr real $x$ $\det(C(x)) = -(2x+1)^2 - 15 < 0$ , deci $\det(C(x)) \neq 0$ adică matricea $C(x)$ este inversabilă pentru orice număr real $x$	<b>2p</b> <b>3p</b>

<b>2.a)</b>	$2 * \frac{1}{2} = (2 \cdot 2 - 1) \left( 2 \cdot \frac{1}{2} - 1 \right) + \frac{1}{2} =$	<b>3p</b>
	$= 0 + \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$	<b>2p</b>
<b>b)</b>	$(4x) * \frac{1}{4} = \frac{2-8x}{2}$ , pentru orice număr real $x$	<b>3p</b>
	$\frac{2-8x}{2} = 25$ , de unde obținem $x = -6$	<b>2p</b>
<b>c)</b>	$x * \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$ , $\frac{1}{2} * y = \frac{1}{2}$ , pentru orice numere reale $x$ și $y$	<b>2p</b>
	$\left( 1 * \frac{1}{2} \right) * \frac{1}{3} * \frac{1}{4} * \frac{1}{5} = \frac{1}{2} * \left( \frac{1}{3} * \frac{1}{4} * \frac{1}{5} \right) = \frac{1}{2}$	<b>3p</b>

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

<b>1.a)</b>	$f'(x) = 1 + \frac{-4}{(x+3)^2} =$	<b>3p</b>
	$= \frac{(x+3)^2 - 4}{(x+3)^2} = \frac{(x+1)(x+5)}{(x+3)^2}$ , $x \in (-3, +\infty)$	<b>2p</b>
<b>b)</b>	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( 1 + \frac{4}{x(x+3)} \right) = 1$	<b>2p</b>
	$\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4}{x+3} = 0$ , deci dreapta de ecuație $y = x$ este asimptotă oblică la graficul funcției $f$	<b>3p</b>
<b>c)</b>	$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -1$ și $f'(x) \leq 0$ , pentru orice $x \in (-3, -1] \Rightarrow f$ este descrescătoare pe $(-3, -1]$ , $f'(x) \geq 0$ pentru orice $x \in [-1, +\infty) \Rightarrow f$ este crescătoare pe $x \in [-1, +\infty)$	<b>3p</b>
	$f(x) \geq f(-1) \Leftrightarrow f(x) \geq 1$ , pentru orice $x \in (-3, +\infty)$ și, cum $x^2 \geq 0$ , obținem $x^2 + f(x) \geq 1$ , pentru orice $x \in (-3, +\infty)$	<b>2p</b>
<b>2.a)</b>	$\int_1^5 \frac{(2x-1)(x+1)}{x+1} dx = \int_1^5 (2x-1) dx = (x^2 - x) \Big _1^5 =$	<b>3p</b>
	$= 20 - 0 = 20$	<b>2p</b>
<b>b)</b>	$\int_1^2 \frac{2x^2 + x - 1}{x^2} dx = \int_1^2 \left( 2 + \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} \right) dx = \left( 2x + \ln x + \frac{1}{x} \right) \Big _1^2 =$	<b>3p</b>
	$= \frac{3}{2} + \ln 2$	<b>2p</b>
<b>c)</b>	$\int_a^2 f'(x) \sqrt{f(x)} dx = \frac{2f(x) \sqrt{f(x)}}{3} \Big _a^2 = 18 - \frac{2f(a) \sqrt{f(a)}}{3}$	<b>3p</b>
	$f(a) = 0$ și, cum $a$ este număr real cu $a \in \left[ \frac{1}{2}, 2 \right)$ , obținem $a = \frac{1}{2}$	<b>2p</b>